BLOQUE 1: INTERACCIÓN GRAVITATORIA

- TEMA 1: La teoría de la gravitación universal.
- TEMA 2: Campo gravitatorio.

Leyes que rigen el movimiento de los astros

- Leyes de Kepler
- Ley de la gravitación universal de Newton.

Leyes de Kepler

- **<u>Primera ley</u>**:

  Los planetas giran en torno al Sol describiendo órbitas elípticas. El Sol no se encuentra en el centro de la elipse, sino que ocupa uno de los focos.

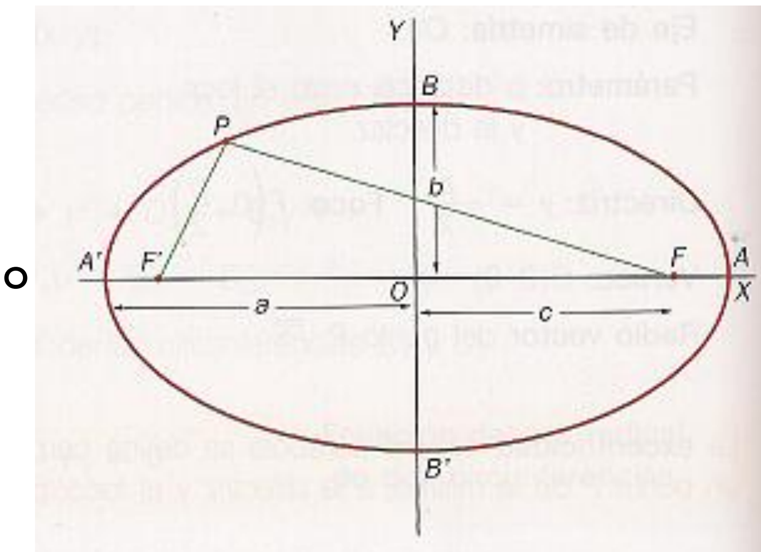
LA ELIPSE

La **<u>elipse</u>** es el **lugar geométrico** de los <u>puntos del plano</u> **<u>en los que la suma de distancias a dos puntos fijos,</u>** <u>llamados</u> **<u>focos,</u>** es **<u>constante</u>**.

<u>Elementos de la elipse</u>:

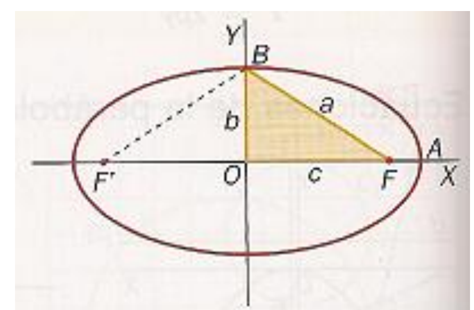
-Semieje mayor : a
-Semieje menor: b
-Distancia focal: d(F',F)
-Semidistancia focal; c
-Centro: O(0,0)
-Focos: F(c,0), F'(-c,0)
-Vértices:
A(a,0),A'(-a,0)
B(0,b),B'(0,-b)

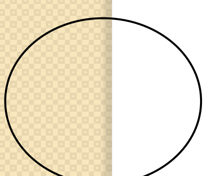
perihelio



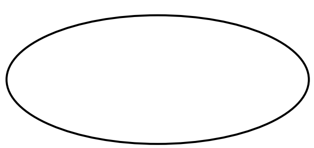
afelio

Excentricidad de la elipse (e): $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$ $\quad 0<e\leq 1$

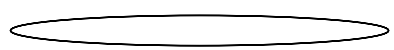




$e=0$

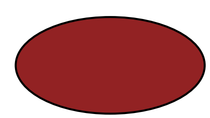


$e=0{,}5$



$e=0{,}99$

Área de la elipse (A): $A=\pi\cdot a\cdot b$



$a^2=b^2+c^2$

Leyes de Kepler

- **Segunda ley**:

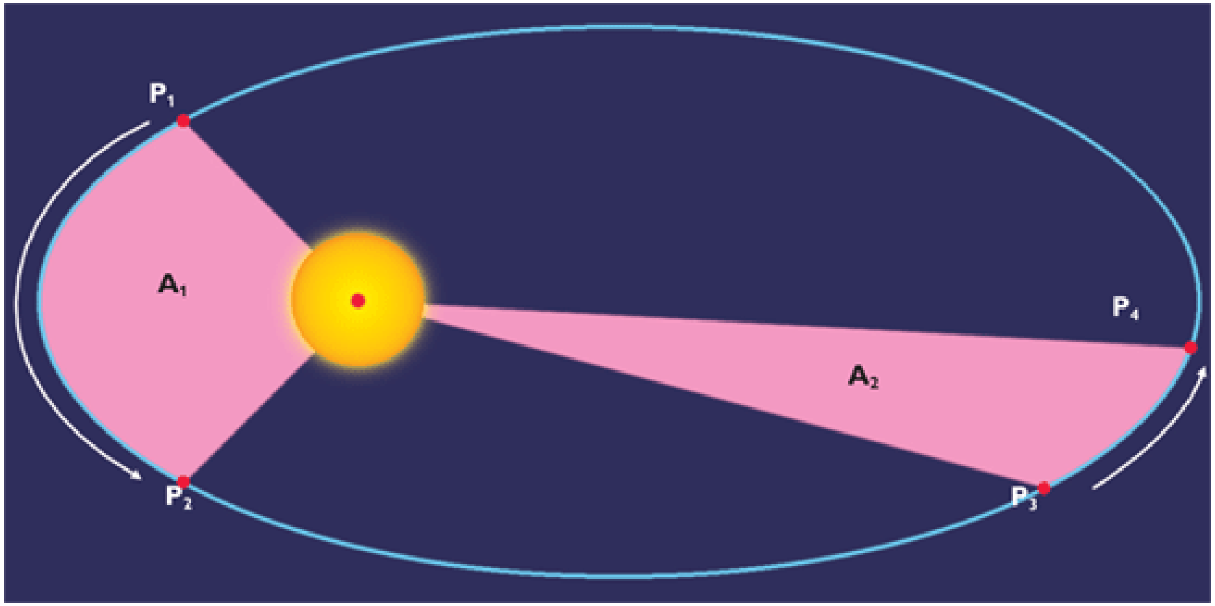
 La velocidad de los planetas en su órbita es tal que la línea que une el planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales, es decir la velocidad areolar de un planeta en su órbita es constante.

$$V_A = \frac{1}{2}\left|\vec{r}\times\vec{v}\right| = \frac{1}{2m}\left|\vec{L}\right| =$$

$$\frac{1}{2} r \cdot v \cdot sen\alpha = cte \Rightarrow r \cdot v \cdot sen\alpha = cte$$

Leyes de Kepler

- **Segunda ley**:



Leyes de Kepler

Consecuencias de la Segunda ley de kepler:

$$r \cdot v \cdot sen\alpha = cte$$

$$En\ el\ \ perihelio\ \ y\ afelio\ \ \alpha = 90^{o}$$

$$r_p \cdot v_p = r_a \cdot v_a$$

$$como\ r_p > r_a \Rightarrow v_p < v_a$$

Leyes de Kepler

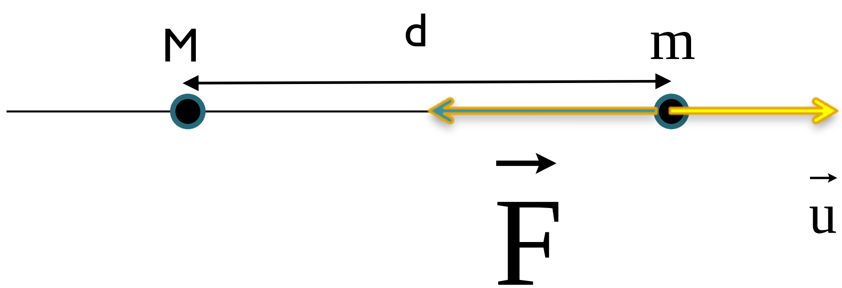
- **<u>Tercera ley</u>**:
 Los planetas al gira alrededor de Sol mantienen una relación armónica: los cuadrados de los periodos de revolución son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de sus respectivas órbitas

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

Ley de la Gravitación Universal

La fuerza con la que se atraen dos masas es directamente proporcional a producto de estas masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa



$$\left|\vec{F}\right| = G\,\frac{M\ m}{d^2}$$

$$\vec{F} = -G\,\frac{M\ m}{d^2}\,\vec{u}$$

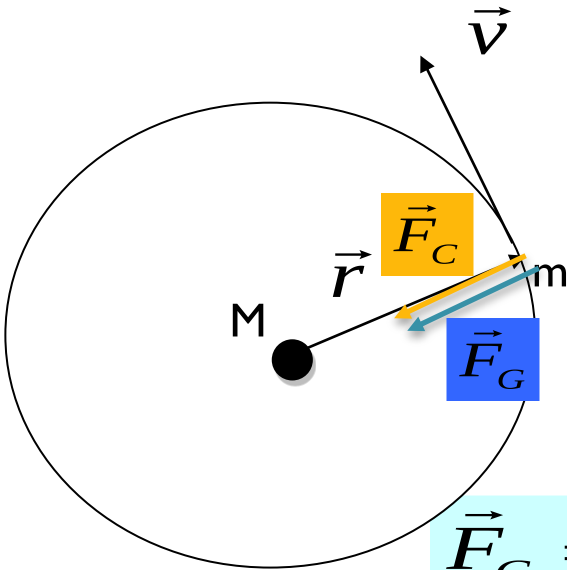
$$G = 6{,}67\ \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$$

Justificación de la 3ª ley de Kepler a partir de ley de la Gravitación Universal

$$\vec{F} = -G\frac{M\ m}{r^2}\vec{u}$$

M: masa del Sol
m: masa del planeta
r:distancia del Sol al planeta
v: velocidad del planeta en la órbita

Suponemos que la órbita del planeta es circular en vez de elíptica



La fuerza gravitatoria es la que hace girar al planeta y equivale a una fuerza centrípeta

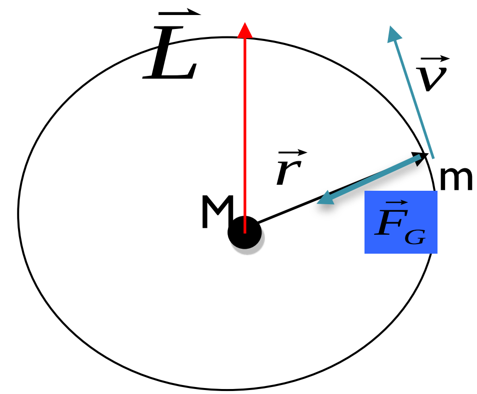
$$\vec{F}_G = \vec{F}_C \quad \Longrightarrow G\,\frac{M\;\;m}{r^2} = \frac{m\,v^2}{r}$$

$$G\,\frac{M\;\;\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{m}\,v^2}{\cancel{r}} \quad \Longrightarrow v = \sqrt{\frac{G\,M}{r}}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi\,r}{T} \qquad \frac{2\pi\,r}{T} = \sqrt{\frac{G\,M}{r}}$$

$$\frac{4\pi^2\;r^2}{T^2} = \frac{G\,M}{r} \Longrightarrow \qquad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M} = K = cte$$

Conservación del momento angular y 2ª ley de Kepler a partir de ley de la Gravitación Universal



La fuerza gravitatoria es una fuerza central, está dirigida hacia el punto que la causa

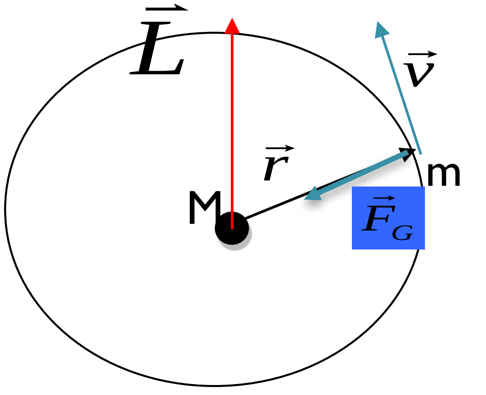
$$El\ momento\ de\ la\ \ fuerza\ \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_G = 0$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times m\vec{v})}{dt} = \frac{d(\vec{r})}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt} =$$

$$\vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt} = 0 + \vec{r} \times m\,\vec{a} = \vec{r} \times m\,\vec{a} = \vec{r} \times \vec{F}_G$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}_G = \vec{M} = 0\,(\vec{r} \parallel \vec{F}_G) \Rightarrow \vec{L} = cte$$

Por ser el momento angular constante



$$\vec{L} = cte \Rightarrow \frac{1}{2m}\left|\vec{L}\right| = cte = V_A \; (velocidad \;\; areolar)$$