

1. Halla las ecuaciones paramétricas, continua y general o implícita de la recta que pasa por A(3,-2) y es perpendicular a  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$
2. Halla la ecuación vectorial, explícita y punto pendiente de la recta que pasa por B(0,-2) y es perpendicular a  $5x-2y+3=0$
3. Halla a y b para que las rectas r:  $ax+4y-7=0$  y s:  $2x+by+3=0$  sean perpendiculares y la recta s pase por el punto S(0,3)
4. Halla la/s ecuación/es de la recta en forma general que pasan por el punto (-1,0) y forman un ángulo de  $45^\circ$  con la recta  $6x+3y+4=0$ .
5. Dadas las rectas  $2x-5y+4=0$  e  $y = \frac{3x-4}{2}$ , estudia su posición relativa y halla el ángulo que forman en el caso de que no fuesen paralelas, ni coincidentes y el punto de corte.
6. Calcula la ecuación vectorial de la recta mediatriz del segmento de extremos A(-4,3) y B(6,-5) .
7. Halla el punto de la recta  $x-3y+5=0$  que equidista de los puntos A(6,-3) y B(4,3)
8. Halla el valor de b para que la recta  $8x +6y-b=0$  pase a una distancia  $d=3$  del punto (2,-1) ( 1 punto)

**Tipos de rectas. Vector director. Pendiente. Paralelas y perpendiculares.**

- 1.- Encuentra la ecuación vectorial, paramétrica y continua de la recta que pasa por los puntos A=(3,2) y B=(1,-1).  
Sol:  $(x,y)=(3,2)+t(2,3)$ ;  $\{x=3+2t; y=2+3t\}$ ;  $(x-3)/2=(y-2)/3$
- 2.- ¿Cuál es la ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos P=(2,1) y Q=(1,-2). ¿Para qué valores del parámetro se obtienen los puntos P y Q y el punto medio de P y Q?.  
Sol:  $\{x=2+t; y=1+3t\}$ ;  $t=0$ ;  $t=-1$ ;  $t=-1/2$
3. a) ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A=(2,2) y B=(0,4)?.  
b) Escribe las ecuaciones explícita e implícita de la recta que pasa por los puntos P=(1,4) y Q=(2,3).  
Sol: a)  $m=-1$ ; b)  $y=-x+5$ ;  $x+y-5=0$ .
- 4.- Deduce la ecuación de la recta cuyos puntos de intersección con los ejes son A=(6,0) y B=(0,-2).  
Sol:  $x-3y-6=0$ .

5.- Escribe las ecuaciones generales de los ejes coordenados. ¿Cuál es la ecuación paramétrica de cada uno?. Sol:  $y=0$ ,  $x=0$ ;  $\{x=\ddot{e},y=0\}$ ;  $\{x=0,y=\ddot{e}\}$

6.- Escribe la ecuación explícita de la bisectriz del primer y tercer cuadrante. Escribe también la de la bisectriz del segundo y el cuarto cuadrante.

Sol:  $y=x$ ;  $y=-x$ .

7.- Escribe en formas explícita y continua la ecuación de la recta:  $2x+3y=6$ .

Sol:  $y=(-2/3)x+2$ ;  $(x-3)/3 = y/-2$ .

8.- Calcula la ecuación de la recta perpendicular a  $r$  que pasa por el punto  $P$  en los casos: a)  $r: \{x=2-3t; y=1+t\}$ ;  $P=(3,1)$ ;

b)  $r: (x-1)/2=y/3$ ,  $P=(0,5)$ ;

c)  $r: y=2x-1$ ,  $P=(1,2)$ ;

d)  $r: 2x-3y+2=0$ ,  $P=(0,0)$ .

Sol: a)  $(x-3)/1=(y-1)/3$ ; b)  $x/-3=(y-5)/2$ ; c)  $(x-1)/-2=(y-2)/1$ ; d)  $x/2=y/-3$ .

9.- Halla la ecuación de  $s$  que es perpendicular a  $r: x+y-1=0$  y pasa por el punto  $A=(2,1)$ . Busca las coordenadas de un punto  $S$  que equidiste de  $A$  y de  $r$ .

Sol:  $x-y-1=0$

10.- ¿Pertenece el punto  $P=(3,3)$  a la recta que pasa por los puntos  $A=(1,-1)$  y  $B=(2,1)$ ?

Sol: Sí

11.- En un espacio tridimensional, ¿cuáles son las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos  $A=(0,1,0)$  y  $B=(3,1,1)$ ?

Sol:  $\{x=0+3t; y=1; z=0+t\}$

12.- Dada la recta  $r: x+3y+2=0$ , en forma implícita, escribirla en forma explícita, canónica, normal, continua y vectorial.

Sol: a)  $y=(-1/3)x-2/3$ ; b)  $(x/-2)+y/(-2/3)=1$ ; c)  $(x+3y+2)/10 =0$ ; d)  $(x-1)/3=(y+1)/-1$ ; e)  $(x,y)=(1,-1)+t(3,-1)$ .

## Geometría analítica plana

13.- Escribir en la forma normal las rectas  $r: 4x+3y-10=0$  y  $r': 3x-y+4=0$ .

Sol: a)  $(4/5)x+(3/5)y-2=0$ ; b)  $(3/2)x-(1/2)y+2=0$ .

14.- Hallar la ecuación del haz de rectas definido por las rectas  $r: x+y-1=0$  y  $s: 3x+y+4=0$ . Hallar después la recta del haz que:

a) Pasa por el punto  $A(1,2)$ .

b) Es paralela a la recta  $s: x-y-2=0$ .

c) Es perpendicular a la recta  $r: x-2y+1=0$ .

Sol:  $\mu(x+y-1)+\alpha(3x+y+4)=0$ ; a)  $3x+7y=17$ ; b)  $x-y+6=0$ ; c)  $4x+2y+3=0$ .

15.- ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(0,1) y B(3,4)?.

Sol:  $m=1$

16.- ¿Cuál es el vector de dirección y la pendiente de las siguientes rectas?:

a)  $y=3x-2$ .

b)  $(x-1)/2=(y+2)/4$ .

Sol: a)  $v=(1,3)$ ;  $m=3$ ; b)  $v=(2,4)$ ;  $m=2$

17.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por B(3,1) y es paralela a la que pasa por los puntos A(2,0) y C(2,-1).

Sol:  $y=1$

18.- a) ¿Cómo sería la ecuación de una recta cualquiera que pasase por el punto (2,- 1)?

b) ¿Cuál de todas estas pasarían por el punto (0,3)? c) ¿Cuál de ellas sería paralela a la recta  $x+2y=5$ ?

Sol: a)  $(x-2)/v_1=(y+1)/v_2$ ; b)  $(x-2)/2=(y+1)/-4$ ; c)  $(x-2)/-2=(y+1)/1$

19.- Escribe en forma explícita e implícita la ecuación de la recta  $2x+y=2$ .

Sol:  $y=-2x+2$ ;  $2x+y-2=0$

20.- Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la recta  $x+y-1=0$  que pasa por el punto A(2,1).

Sol:  $x-y-1=0$

21.-a) Hallar el haz de rectas que pasa por el punto A(3,-1) en forma explícita;

b) ¿Cuál de las rectas del haz es paralela a la recta  $3x-y=2$ ?

c) ¿Cuál de las rectas del haz pasa por el punto medio del segmento de extremos A(4,- 1), B(0,-5).

Sol: a)  $y=m(x-3)-1$ ; b)  $y=3(x-3)-1$ ; c)  $y=2(x-3)-1$

22.- Halla la ecuación de la perpendicular a la recta  $x+y-1=0$  por el punto de abscisa 3.

Sol: (3,-2);  $x-y-5=0$

23.- Halla la ecuación de la recta perpendicular al vector  $w(2,1)$  y que corta a  $y=x-2$  en el punto de ordenada 3.

Sol:  $2x+y-13=0$

24.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas  $2x+3y+1=0$  y  $x-y-2=0$ , y es perpendicular a la recta  $(x/5)+(y/3)=1$ .

Sol: Pto corte: (1,-1);  $5x-3y+5=0$

25.- Dadas las rectas r:  $\{x=1+\ddot{e}; y=2\ddot{e}\}$  y s:  $(x+1)/3=(y-1)/1$ . a) Determinar el punto de intersección de ambas y las ecuaciones de las rectas que pasando por dicho punto sean: b) paralela a  $y=x-3$ ; c) perpendicular a  $x+y+5=0$ . Sol: a) (2,2); b)  $y=x$ ; c)  $x-y=0$

26.- Si te dicen que el punto (3,k) pertenece a la recta  $y = x+6$ . ¿Cuánto vale k?.  
Sol:  $k=9$

27.- Escribe la ecuación paramétrica y continua de la recta:  $x+2y=4$ .  
Sol:  $\{x=-2t; y=2+t\}$ ; b)  $x/-2=(y-2)/1$

28.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,-1) que es paralela a la que pasa por los puntos (2,0) y (1,3).  
Sol:  $3x+y-5=0$

29.- Dadas las rectas siguientes, decide cuales son paralelas y cuales no: a)  $\{x=2+t; y=-1+2t\}$ ,  $\{x=3+t; y=2t\}$ ,  $\{x=t; y=t\}$ ; b)  $x+y+1=0$ ;  $2x-y+2=0$ ; c)  $3x-y+1=0$ ;  $3xy=0$ . Sol: a) paralelas las dos primeras; b) no son c) son paralelas

30.- ¿Cuál o cuáles de las siguientes rectas pasan por el punto (1,3)? a)  $x-2y+2=0$ ; b)  $2x+y-5=0$ ; c)  $y=2x-3$ . Sol: a) no; b) si; c) no

31.- Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,1) y por el punto de intersección entre las rectas: r:  $y=2x+2$ ; s:  $(x-1)/1=(y-3)/1$ . Sol:  $x+2y-4=0$

32.- ¿Pertenece el punto (0,5) a la recta determinada por el vector (1,3) y el punto (2,3)? Sol: no

33.- Halla la ecuación de la recta perpendicular a la  $3x-4y+1=0$  que pasa por el punto (1,0). Sol:  $4x+3y-4=0$

### **Segmentos. Pto Medio. Ptos de corte. Punto simétrico.**

1.- Busca un punto P situado en el segmento AB,  $A=(1,2)$  y  $B=(4,-1)$  que lo divida en dos partes una doble de la otra. Sol:  $P=(2,1)$ ;  $P'=(3,0)$

2.- Halla los puntos de corte con los ejes coordenados de la recta:  $(x+2)/2=(y-2)/2$ .  
Sol: (0,4) y (-4,0).

3.- Encuentra las coordenadas de un punto de  $2x-y-6=0$ , que diste 2 unidades de  $3x-4y+1=0$ . Sol: (3,0), (7,8)

4.- Encuentra las coordenadas del punto simétrico de  $P=(2,-1)$  respecto a la recta r:  $2x+y-3=0$ . Sol: (0,3).

5.- Busca un punto P sobre la recta  $-3x+4y+1=0$ , tal que la recta que contiene a PO (O=origen de coordenadas) pase por el punto medio del segmento AB, siendo  $A=(2,1)$  y  $B=(1,1)$ . Sol: (3,2)

6.- Las coordenadas del punto medio del segmento AB son (2,1). Calcula las coordenadas del punto A sabiendo que las coordenadas de B son (1,2). Sol: (3,0)

7.- Dados los puntos  $A(3,6)$  y  $B(1,0)$  y la recta  $r: x-y+1=0$ , hallar: a) El simétrico de A respecto a B. b) El simétrico de B respecto a r. c) La ecuación de la recta s, simétrica a la AB respecto de r.

Sol: a) (-1,-6); b) (-1,2); c)  $x-3y+7=0$ .

8.- Hallar: a) Las coordenadas del punto P' simétrico del  $P(2,1)$ , respecto del  $M(2,0)$ . b) Las coordenadas del punto A', simétrico de  $A(-2,1)$  respecto de la recta  $t: 2x+y-2=0$ . c) La ecuación de la recta r', simétrica de la  $r: x+2y-3=0$  respecto de la  $s: x+y=4$ .

Sol: a) (2,-1); b) (0,2); c)  $4x+3y=21$

9.- Sabiendo que  $A(2,4)$  y  $C(6,0)$ . Hallar las coordenadas del punto B del modo que  $CA = (1/4)CB$ .

Sol: (3,3)

10.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de la recta  $x-2y+2=0$  con el eje X y es paralela a la recta que pasa por el punto (2,-1) y por el punto medio del segmento de extremos (0,4) y (2,-2). Sol:  $2x+y+4=0$

11.- Hallar las coordenadas del punto simétrico de  $P(-1,-1)$  respecto de la recta  $x+3y-6=0$ . Sol: (1,5)

12.- Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos  $A(1,2)$  y  $B(3,4)$  y el ángulo que forma con el eje X. Sol:  $x+y-5=0$

13.- Hallar las ecuaciones de las rectas paralela y perpendicular a la  $2x-y+1=0$ , por el punto  $P(3,2)$ . Ambas rectas cortan a los ejes OX y OY respectivamente en los puntos A y B. Calcúlese la mediatriz de AB. Sol: a)  $2x-y-4=0$ ;  $x+2y-7=0$

14.- Ecuación de la mediatriz del segmento que determina la recta  $2x+y=4$  al cortar a los ejes de coordenadas. Sol:  $x-2y+3=0$

15.- Si la recta r corta a  $y=2x$  ¿corta a las rectas  $2y+m=4x$ ? Razona la respuesta.

Sol: Sí, son paralelas

16.- Halla el simétrico del punto (1,2) respecto a la recta  $x-2=0$ . Sol: (3,2)

17.- Dado el segmento de extremos  $A(3,10)$  y  $B(5,2)$ . Halla un punto P de este segmento de manera que la distancia PA sea tres veces PB. Sol: (9/2,4)

### Mediatrices y distancias

1.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos  $A=(3,4)$  y  $B=(1,2)$ .  
Sol:  $(x-2)/1=(y-3)/-1$ .

2.- Calcula la distancia del punto  $P=(1,-1)$  a cada una de las rectas siguientes: a)  $x+3y+2=0$ ; b)  $y=2x-1$ ; c)  $(x+1)/2=(y-2)/3$ ; d)  $\{x=1+t; y=2-4t\}$ ; e)  $4x+3y=2$ ; f)  $x/2+y/3=1$ .  
Sol: a) 0; b)  $2/5$ ; c)  $12/13$ ; d)  $3/17$ ; e)  $1/5$ ; f)  $5/13$ .

3.- Calcula la distancia entre las rectas paralelas: r:  $3x+4y-15=0$  y s:  $3x+4y=40$ .  
Sol: 5

4.- Calcula la distancia entre las rectas paralelas: a) r:  $x+y-2=0$ ; s:  $x+y+1=0$ ; b) r:  $y=x-3$ ; s:  $x-y+2=0$ . Sol: a)  $3/2$ ; b)  $5/2$

5.- Calcula las longitudes de las tres alturas del triángulo determinado por los puntos  $A=(1,1)$ ,  $B=(1,3)$  y  $C=(3,2)$ . Sol:  $4/5$ ,  $4/5$ , 2

6.- Un punto P que es equidistante de  $A=(3,1)$  y de  $B=(3,5)$ , dista el triple del eje de abscisas que del eje de ordenadas. ¿Cuáles son sus coordenadas?. Sol: (1,3)

7.- Dados los puntos  $A(1,-4)$  y  $B(-2,3)$  y la recta r:  $x-2y-1=0$ , hallar un punto P que equidiste de A y B y sea incidente con r.  
Sol: (3,1)

8.- Hallar la distancia entre las rectas r:  $12x-5y+2=0$  y s:  $12x-5y+5=0$ .  
Sol:  $3/13$

9.- Hallar un punto de la recta r:  $x+y-2=0$  que equidiste de los puntos  $A(1,3)$  y  $B(1,1)$ . Sol: (0,2)

10.- Calcular la distancia del punto  $P(2,1)$  a cada una de las rectas siguientes: a)  $xy+5=0$ ; b)  $x/2=(y-2)/1$ ; c)  $\{x=1+2t; y=-2t\}$ ; d)  $x/2+y/3=1$ .  
Sol: a)  $6/2$ ; b)  $4/5$ ; c) 2; d)  $2/13$

11.- Un punto P que es equidistante de  $A(2,1)$  y  $B(2,3)$  dista el doble del eje de abscisas que del eje de ordenadas. ¿Cuáles son sus coordenadas?. Sol: (1,2)

12.- Dada la ecuación  $x-y+2=0$ . Hallar la ecuación de una paralela a dicha recta a una distancia de 2 unidades. Sol:  $x-y=0$

13.- Hallar la distancia entre las rectas paralelas: a)  $x+y-3=0$ ;  $2x+2y+1=0$ . b)  $(x-1)/4=(y+1)/3$ ;  $\{x=4t; y=1+3t\}$ . Sol: a)  $7/8$ ; b)  $13/5$

14.- Hallar las coordenadas de un punto de la recta  $x-y-1=0$  que diste 1 unidad de la recta  $3x-4y+2=0$ . Sol: (1,0)

15.- Hallar las coordenadas de un punto P equidistante de 3 puntos dados: A(4,4), B(5,3) y C(-1,3). Sol: P(2,1)

16.- Hallar las ecuaciones de las rectas que son incidentes con el punto A(2,3) y distan 2 unidades del origen de coordenadas. Sol:  $5x-12y+26=0$

### Problemas con ángulos y bisectrices.

1.- Hallar la ecuación de la recta r que pasa por el punto (2,1) y forma con la recta  $y=2x-1$  un ángulo de  $45^\circ$ . Sol:  $x-3y+1=0$

2.- Calcula el ángulo que forman las rectas r y s en los siguientes casos: a) r:  $(x,y)=(1,3)+t(1,-3)$ ; s:  $\{x=2+7t; y=3t\}$ ; b) r:  $y=3x-2$ ; s:  $2x-5y+3=0$ ; c) r:  $3x-2y+1=0$ , s:  $2x-5y+3=0$ ; d) r:  $2x+y-3=0$ ; s:  $(x+1)/7=(y-1)/4$ ; e) r:  $x/1=(y+3)/2$ ; s:  $(x-2)/-1=(x+1)/5$ ; f) r:  $y=4x-2$ ; s:  $5x+3y=0$ ;  
Sol: a)  $85^\circ$ ; b)  $49'76''$ ; c)  $34,5^\circ$ ; d)  $86'8''$ ; e)  $37'87''$ ; f)  $45^\circ$

3.- Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto A=(1,-3) y forma un ángulo de  $45^\circ$  con la recta  $3x+y+2=0$ .

Sol:  $y+3=2(x-1)$ .

4.- Escribe las ecuaciones de las bisectrices de r:  $3x-4y=0$  y s:  $8x+6y+3=0$ .

Sol:  $2x+14y+3=0$ ;  $14x-2y+3=0$ .

5.- Determina la ecuación de la recta r que pasa por el punto A=(1,1) y forma con la recta  $y=3x-2$  un ángulo de: a)  $45^\circ$ ; b)  $60^\circ$ ; c)  $90^\circ$ ; d)  $30^\circ$ . Sol: a)  $x-2y+1=0$ ;

b)  $y-1 = \frac{5\sqrt{3}-6}{13}(x-1)$ ; c)  $x+3y-4=0$ ; d)  $y-1 = \frac{5\sqrt{3}-6}{3}(x-1)$

6.- Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto de intersección de las rectas  $y=x+2$  y  $3x+y=2$  formando un ángulo de  $45^\circ$  con la segunda de ellas.

Sol:  $y=2x+2$ ;  $x+2y-4=0$

7.- Las rectas  $2x+3y-3=0$  y  $ax+y-5=0$  forman un ángulo de  $\delta/6$  radianes. ¿Cuánto vale a?.

Sol:  $a = \frac{3+2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-2}$

8.- Dadas las rectas r:  $3x+2y-2=0$  y s:  $2x-3y+1=0$ , hallar: a) El ángulo que forman. b) Las ecuaciones de las bisectrices.

Sol: a)  $90^\circ$ ; b)  $x+5y-3=0$ ;  $5x-y-1=0$ .

9.- Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto A(2,-1) y forman un ángulo de  $45^\circ$  con la recta r:  $2x+y-2=0$ .

Sol:  $3x-y-7=0$ ;  $x+3y+1=0$

10.- Hallar las ecuaciones de las rectas que pasando por el punto A(0,2) forman

ángulos iguales con las rectas r:  $x+2y-3=0$  y s:  $2x+y+2=0$ .

Sol:  $x+y-2=0$ ;  $x-y+2=0$

11.- Escribir en la forma normal las rectas r:  $3x+4y-5=0$  y r':  $3x-4y+15=0$ .

Calcular después el valor del ángulo que forman.

Sol:  $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1 = 0$ ;  $\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y + 3 = 0$ ;  $90^\circ$

12.- Hallar la ecuación de la recta que es incidente con el punto P(1,3) y forma un ángulo de  $30^\circ$  con la r:  $2x+y-1=0$ .

Sol:  $y-3=(5 \pm 3\sqrt{3})(x-1)$

13.- Hallar las ecuaciones de las rectas que son incidentes con el punto A(2,-1) y forman ángulos iguales con las rectas r:  $3x+4y-2=0$  y s:  $4x+3y=0$ . Sol:  $x-y-3=0$ ;  $x+y-1=0$

14.- Hallar las ecuaciones de las rectas que forman ángulos iguales con las rectas r:  $x+y-2=0$  y s:  $2x-2y=0$ , y cuya ordenada en el origen es 3. Sol:  $y-3=0$ ;  $4x-y+3=0$

15.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,1) y forma con la recta  $y=3x-2$  un ángulo de  $60^\circ$ . Sol:  $y=1$

16.- Determina analíticamente el ángulo que forman: a) las dos bisectrices de los cuadrantes. b) El eje de abscisas con la recta  $2x-y+2=0$ . c) El eje de ordenadas con la recta  $3x+y+4=0$ . d) Las rectas:  $y=x-2$  e  $y=-x+3$ . Sol: a)  $90^\circ$ ; b)  $63^\circ 26'$ ; c)  $18^\circ 26'$ ; d)  $90^\circ$

17.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,-1) y forma un ángulo de  $60^\circ$  con la recta:  $\{x=1-t; y=2t\}$ .

Sol:  $y - +1 = \frac{8 + 5\sqrt{3}}{11}(x - 2)$

18.- Hallar la ecuación de las rectas que pasando por P(1,-2) forma un ángulo de  $45^\circ$  con la  $2x-y+1=0$ .

Sol:  $x-3y-7=0$ ;  $3x+y-1=0$

19.- Estudiar la posición de las rectas a)  $x+y=3$ ;  $x-y=2$ ; b)  $x-2y+3=0$ ;  $\{x=1+2t; y=t\}$ . Sol: a) Perpendiculares, se cortan; b) paralelas

20.- ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (1,3) y forma un ángulo de  $90^\circ$  con la recta  $x-y=0$ ?. Sol:  $x+y-4=0$

### Problemas con incógnitas

1.- Determina el valor de k para que los puntos A(2,-1), B(1,4) y C(k,9) estén alineados. Sol:  $k=0$

2.- Calcula el valor de a y b para que las rectas  $ax-y+2=0$  y  $bx+6y-9=0$  sean perpendiculares y, además, la segunda pase por el punto P=(1,1).

Sol:  $a=2$ ;  $b=3$

3.- Calcula el valor de m para que las rectas r:  $mx+2y+6=0$ , s:  $2x+y-1=0$  y t:  $xy=5$  pasen, las tres, por un mismo punto. Sol:  $m=0$ ; P(2,-3)

4.- Determina m y n sabiendo que la recta  $2x+ny=0$  pasa por el punto (1,2) y es paralela a la recta  $mx-2y+3=0$ . Sol:  $m=4$ ;  $n=-1$

5.- Dadas las rectas r:  $3x+y=3$  y s:  $-2x+a=8$ . Determinar "a" para que forman



un ángulo de  $45^\circ$ . Sol:  $a=1$

6.- Hallar  $a$  para que la distancia de  $O(0,0)$  a la recta  $r: 2x+ay-4=0$  sea 2. Sol:  $a=0$

7.- Hallar la ecuación de la recta  $r$ , que pertenece al haz definido por las rectas  $r: 2x-y-1=0$  y  $s: x+y-1=0$ , y tal que la distancia del punto  $P(2,1)$  a  $r$  es 2 u. Sol:  $3x+4y=0$

8.- Dada la recta  $mx-3y+m-4=0$ . Calcular  $m$  para que: a) dicha recta pase por el punto  $(1,-2)$ . b) dicha recta sea paralela a la recta  $(x-1)/3 = (y-2)/2$ . Sol: a)  $m=-1$ ; b)  $m=2$

9.- Hallar el valor de  $A$  y de  $B$  para que las rectas:  $Ax+2y-8=0$  y  $2x+By=3$  se

Página 7 de 14 IES Bajo Guadalquivir - Departamento de Matemáticas

## Geometría analítica plana

corten en el punto  $(2,1)$ . Sol:  $A=3$ ;  $B=-1$

10.- Hallar el valor de " $m$ " para que las rectas  $r: mx+2y-3=0$ ;  $s: 2x+y+1=0$  pasen por un mismo punto. Sol:  $m=4$

11.- Hallar " $m$ " y " $n$ " sabiendo que la recta  $3x+my=0$  pasa por el punto  $(1,3)$  y es paralela a la recta  $nx+y-2=0$ . Sol:  $m=-1$ ;  $n=-3$

12.- Calcula el valor de  $a$  y  $b$  para que las rectas  $ax-3y+5=0$  y  $bx+2y-1=0$  sean perpendiculares y además la segunda pase por el punto  $(-1,2)$ . Sol:  $b=3$ ;  $a=2$

13.- Las rectas  $2x+y-2=0$  y  $Ax+y+1=0$ , forman un ángulo de  $\pi/3$  radianes.

¿Cuánto vale  $A$ ? Sol:

11

358

= A

±

14.- La recta de ecuación  $x-3=0$  corta en el punto " $a$ " a una recta que pasa por los puntos  $(2,3)$  y  $(-1,-3)$ . Corta también en el punto " $b$ " a la bisectriz del primer cuadrante. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento  $ab$ . Sol:  $a(3,5)$ ;  $b(3,3)$ ; mediatriz  $y=4$

15.- Hallar el valor de " $a$ " para que las rectas:  $r: 2x+ay+12=0$ ;  $s: 6x-2y=10$ .

Sean: a) Paralelas, hallando su distancia. b) Perpendiculares. Sol: a)  $a=-1$ ;  $d=5$ ; b)  $a=6$

16.- Demuestra que todas las rectas cuyas ecuaciones se ajustan a la forma  $y = ax-a$ , pasan por un punto. ¿Cuáles son las coordenadas de ese punto?. Sol:  $P(1,0)$

17.- Hallar " $a$ " para que las rectas  $x-2y=3$ ;  $3x+y=2$  e  $y=ax+1$  pertenezcan al mismo haz de rectas. Sol:  $a=-2$

18.- Hallar  $m$  para que sean concurrentes  $x-3y+1=0$ ,  $x+y-3=0$  y  $mx-y-3=0$ . Sol:  $m=2$ ;  $P(2,1)$

19.- Hallar " $a$ " para que las rectas siguientes sean paralelas: a)  $ax+y=1$  y  $2x-y=a$ ;

b)  $(a+2)x-2y=1$  y  $3ax+(a-3)y = a$ . Sol: a)  $a=-2$ ; b)  $a=1$

20.- Prueba que las rectas  $y=ax+5$  e  $y=(a-1)x-2$  no pueden ser ni paralelas ni perpendiculares.

21.- Halla el valor de " $m$ " para que la recta  $(x-2)/m=(y+1)/2$  sea paralela a la recta:  $\{x=2t; y=t+1\}$ . Sol:  $m=4$

22.- Dada la recta:  $mx-(3-m)y+(-m+5) = 0$ . a) ¿Para qué valor de  $m$  dicha recta pasa por el punto  $(-2,1)$ ? b) ¿Para qué valor de  $m$  la recta es paralela a la recta:  $(x-2)/4 = (y-4)/2$ . Sol:  $m=1$ ;  $m=1$

23.- Calcula el valor de  $m$  para que las rectas  $r) mx+2y-7=0$ ;  $s) x+2y-5=0$  y  $t) xy+1=0$ , pasen por el mismo punto. Sol:  $m=3$ ;  $P(1,2)$

24.- Determinar  $m$  y  $n$  sabiendo que la recta  $r: 6x+ny=4$  pasa por el punto  $(2,-1)$  y es paralela a la recta  $s: mx+4y-2=0$ . Sol:  $n=8$ ;  $m=3$

## Geometría analítica plana

25.- Determinar "a" para que los puntos A(1,a) y B(1,2) disten una unidad. Sol: a=1; a=3

26.- Dadas las rectas siguientes, determinar "m" para que formen un ángulo de 45°. r:  $3x+y=2$ ; s:  $2x+my=5$ . Sol:  $m=-1$ ;  $m=4$

### Problemas de triángulos

1.- En el triángulo de vértices A=(2,2), B=(-2,0) y C=(2,4), Halla la ecuación de las medianas.

Sol:  $y=2$ ;  $3x-4y+6=0$ ;  $3x-2y+2=0$

2.- Halla las coordenadas de los tres vértice del triángulo ABC, sabiendo que las coordenadas de los puntos medios de sus lados son: M=(3,3), N=(2,2) y P=(2,4).

Sol: (1,3), (3,1), (3,5)

3.- Halla los vértices del triángulo cuyos lados están sobre las rectas r, s y t de ecuaciones: r:  $x=1$ ; s:  $x+y=2$ ; t:  $5x+y-2=0$ .

Sol: (1,1); (1,-3); (0,2)

4.- Calcula el área limitada por la recta  $(x/3)+(y/6)=1$ , el eje de abscisas y el eje de ordenadas. Sol:  $9 u^2$

5.- Indica qué tipo de triángulo es el de vértices ABC, siendo: a) A=(3,2); B=(1,0); C=(5,4); b) A=(2,3); B=(-1,2); C=(1,6); c) A=(1,3); B=(5,1); C=(2,5).

Sol: a) Isósc.; b) Isósc. rectángulo; c) Rectángulo

6.- Calcula el área del triángulo que tiene sus vértices en los puntos A=(1,4), B=(3,-2) y C=(-1,0). Sol:  $10 u^2$

7.- Halla las coordenadas del baricentro (punto de corte de las medianas), del triángulo de vértices: A=(0,2), B=(-3,4) y C=(3,0). Sol: (0,2)

8.- Halla las ecuaciones de las alturas del triángulo que determinan los puntos A=(1,0), B=(-3,2) y C=(-1,-2) y determina el ortocentro. Sol:  $2x-y=0$ ;  $x+y+1=0$ ;  $-x+2y+1=0$ ;  $(-1/3, -2/3)$

9.- En el triángulo de vértices A=(3,6) y B=(5,2) y C=(1,-2). Determina: a) el baricentro; b) el ortocentro; c) el circuncentro. Sol: a) (3,2); b)  $(23/3, 4/3)$ ; c)  $(2/3, 7/3)$

10.- Busca una recta r que determine con las rectas  $x-2y+2=0$  y  $2x-y-2=0$  un triángulo isósceles que tenga el baricentro en el punto G=(1,1). Sol:  $x+y=1$

11.- Calcula el área del triángulo formado por las rectas  $3x+y-8=0$ ;  $5x-3y+10=0$  y  $x-2y+2=0$ . Sol: 7

12.- Encuentra las ecuaciones de las medianas del triángulo de vértices: A=(1,1), B=(1,-3) y C=(3,5). Sol:  $3x-y=4$ ;  $y=1$ ;  $6x-y=9$

## Geometría analítica plana

13.- Se considera el triángulo de vértices A(1,1), B(5,0) y C(-3,5). Determinar: a) Las ecuaciones de los lados. b) El ángulo B. c) Las coordenadas del ortocentro, baricentro y circuncentro.

Sol: a)  $x+y-2=0$ ;  $x+4y=5$ ;  $5x+8y=25$ ; b)  $17^\circ 9'$ ; c)  $(-22/3, -37/3)$ ; (1,2);  $(31/6, 55/6)$ .

14.- El punto A(2,-1) es vértice del triángulo ABC. Las ecuaciones de las rectas que contienen a las alturas son:  $3x-y=0$  y  $x-4y+1=0$ , respectivamente. Hallar la ecuación del lado a y los vértices. Sol:  $3x-2y+3=0$ ; B(1,3); C(-1,0)

- 15.- Averiguar si el triángulo ABC, donde  $A(-1,3)$ ,  $B(4,8)$  y  $C(-6,-2)$ , es isósceles y si el de vértices  $A'(2,1)$ ,  $B'(3,-1)$  y  $C'(6,3)$  es rectángulo.  
Sol: ABC es isósceles y  $A'B'C'$  es rectángulo en  $A'$ .
- 16.- Los puntos  $A(2,1)$  y  $B(1,3)$  son vértices del triángulo ABC. Si el ortocentro es el punto  $M(4/3,5/3)$ , hallar las coordenadas del vértice C. Sol:  $(-2,0)$
- 17.- Los puntos  $B(1,4)$  y  $C(8,3)$  son vértices de un triángulo rectángulo. Si BC es la hipotenusa, hallar el vértice A, sabiendo que está en la recta  $y=x-1$ . Sol:  $(2,1)$ ,  $(7,6)$
- 18.- Los lados de un triángulo son a:  $x+y=4$  b:  $3x+y-4=0$  y c:  $y-1=0$ . Hallar el área de cada uno de los triángulos en que el primitivo es descompuesto por la bisectriz del primer cuadrante. Sol:  $\text{área}_1 = 1 \text{ u}_2$ ;  $\text{área}_2 = 2 \text{ u}_2$ .
- 19.- Hallar las ecuaciones de la recta que pasando por el punto  $A(-3,8)$ , forma con  $+OX$  y  $+OY$  un triángulo de área  $6 \text{ u}_2$ .  
Sol:  $4x+3y-12=0$ ;  $16x+3y+24=0$
- 20.- Los puntos  $A(1,2)$ ,  $B(3,0)$  y  $C(5,1)$  son vértices de un triángulo. Probar que el ortocentro, circuncentro y baricentro están alineados.
- 21.- Dados los puntos  $A(-1,-1)$  y  $B(2,1)$ , hallar sobre la recta  $r: y = x + 2$  un punto P tal que con los dados determine un triángulo de área  $4 \text{ u}_2$ . Sol:  $(1,3)$ ;  $(-15,-13)$
- 22.- Hallar el área del triángulo cuyos vértices son los puntos:  $A(1,3)$ ,  $B(3,5)$  y  $C(4,0)$ . Sol:  $6 \text{ u}_2$
- 23.- a) Indica que tipo de triángulo es el de vértices A,B,C siendo  $A(3,4)$ ,  $B(0,0)$  y  $C(4,3)$ . b) Hacer lo mismo para los vértices:  $A(1,3)$ ,  $B(-3,1)$  y  $C(0,0)$ . Sol: a) Isósceles; b) Isósceles rectángulo.
- 24.- En el triángulo de vértices  $A(2,2)$ ,  $B(6,8)$  y  $C(-2,2)$ . Hallar el baricentro, el ortocentro y el circuncentro. Sol: Bar: $(2,4)$ ; Ort: $(6,-10/3)$ ; Cir: $(0,23/3)$
- 25.- Hallar el área del triángulo formado por las rectas  $y=-1$ ;  $5x-3y+7=0$ ;  $5x+2y=13$ . Sol:  $25/2$
- 26.- Dado el triángulo de vértices  $A(0,3)$ ;  $B(3,1)$ ,  $C(2,5)$ . Se pide: a) Ecuación de la altura correspondiente al vértice A; b) Ecuación de la mediana correspondiente al vértice B;

Página 10 de 14 IES Bajo Guadalquivir - Departamento de Matemáticas

## Geometría analítica plana

- c) Area del triángulo. Sol: a)  $x-4y+12=0$ ; b)  $3x+2y=11$ ; c)  $5 \text{ u}_2$
- 27.- Dado el triángulo de vértices  $A(1,0)$   $B(3,2)$  y  $C(-1,3)$ . Hallar: a) Ecuación de la mediana del lado AB. b) Ecuación de la paralela a la mediana anterior por el origen de coordenadas. c) Area del triángulo. Sol: a)  $2x+3y=7$ ; b)  $2x+3y=0$ ; c)  $A = 5 \text{ u}_2$
- 28.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(2,2)$  y que determina al cortar a los ejes coordenados un triángulo de área  $9 \text{ u}_2$ . Sol:  $2x+y-6=0$ ;  $x+2y-6=0$
- 29.- De un triángulo ABC se conocen los puntos medios de sus lados: pm AB =  $M(2,2)$ ; pm BC =  $N(0,3)$ ; pm CA =  $P(-1,3)$ . Hallar las coordenadas de los vértices del triángulo y el baricentro. Sol:  $A(1,2)$ ;  $B(3,2)$ ;  $C(-3,4)$ ; Bar: $(1/3,8/3)$
- 30.- Construye un triángulo cuyos lados estén sobre las rectas  $x+2y-5=0$ ;  $x+5y-8=0$  y  $x-y+4=0$  y calcula las coordenadas de sus vértices.  
Sol:  $(-1,3)$   $(3,1)$   $(-2,2)$
- 31.- Dados los puntos  $A(2,1)$ ;  $B(1,3)$  y  $C(-2,-1)$ . Calcular el área del triángulo de vértices ABC. Sol:  $5 \text{ u}_2$
- 32.- a) Calcula el baricentro y los puntos medios de los lados del triángulo de vértices  $A(1,3)$ ,  $B(-3,5)$ ,  $C(2,1)$ . b) Ecuación vectorial de la recta que pasa por  $A(2,1)$  y es

paralela a la recta  $x+2y-1=0$ . Sol: a)  $B(0,3); (-1,4), (-1/2,3), (3/2,2), (-1/2,3)$ ; b)  $(x,y)=(2,1)+\vec{e}(2,-1)$

33.- a) En el triángulo de vértices  $A(2,-1), B(2,5), C(0,4)$ : a) escribir en forma paramétrica la altura correspondiente al vértice A. b) Hallar la distancia del punto  $A(1,-1)$  a la recta  $-3x+4y-18=0$ . Sol: a)  $\{x=2-\vec{e}, y=-1+2\vec{e}\}$ ; b)  $d=5$

34.- Dadas las rectas:  $2x-3y=3; 3x-y-1=0; \{x=3-4t; y=1+2t\}$ . Calcula el área del triángulo que determinan. Sol:  $5/2$

35.- Calcular el área del triángulo cuyos vértices son los puntos:  $A(3,1), B(4,2), C(0,5)$ . Sol:  $7/2$  u<sup>2</sup>

36.- Comprobar si es isósceles el triángulo de vértices:  $A(3,1), B(1,3)$  y  $C(5,5)$ . Sol: Sí

37.- Decir que tipo de triángulo tiene de vértices:  $A(1,4), B(3,1)$  y  $C(7,8)$ . Sol: rectángulo

38.- Calcula el valor de a y de b para que r:  $ax+2y-12=0$  y s:  $2x+by=1$  se corten en el punto  $(2,3)$ . Sol:  $a=3; b=-1$

### Problemas de figuras geométricas

1.- Los puntos medios de los lados de cualquier cuadrilátero forman un paralelogramo. Compruébalo con el cuadrilátero de vértices:  $A=(4,2); B=(2,0); C=(0,2)$  y  $D=(8,4)$ .

Página 11 de 14 IES Bajo Guadalquivir - Departamento de Matemáticas

## Geometría analítica plana

2.- Calcula el vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que  $A=(1,-2); B=(3,-1)$  y  $C=(0,3)$ . Sol:  $D=(-2,2)$

3.- Un rombo ABCD, tiene su vértice A en el eje de ordenadas y otros dos vértices opuestos son  $B=(1,4)$  y  $D=(3,2)$ . Determina: a) las coordenadas de los vértices A y C; b) el ángulo que forman sus lados; c) cuánto vale su área. Sol: a)  $A(0,1); C(4,5)$ ; b)  $53^\circ; 127^\circ$ ; c)  $A=8$  u<sup>2</sup>

4.- Dos lados de un paralelogramo están sobre r:  $y=3x+9$  y s:  $2x+5y+6=0$  y tiene un vértice en el punto  $(3,1)$ . Halla las ecuaciones de las rectas de los otros dos lados y las coordenadas del resto de sus vértices. Sol:  $y=3x-8; 2x+5y=11; (-2,3), (-3,0), (2,-2)$

5.- Un cuadrado de vértice A en el punto  $(0,1)$  y su centro el punto  $(2,1)$ . Calcula las coordenadas de los otros tres vértices. Sol:  $(2,3), (4,1), (2,-1)$

6.- Conocemos dos vértices de un rectángulo,  $A=(1,3)$  y  $B=(3,1)$ , y sabemos que uno de sus lados está sobre la recta  $y+x=6$ . Calcula las coordenadas de los otros dos vértices. Sol:  $(2,4) (4,2)$

7.- Un cuadrado tiene por vértices contiguos los puntos  $A=(3,2)$  y  $B=(4,1)$ . Calcula sus otros dos vértices. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?. Sol: Dos soluciones:  $C(2,1), D(3,0); C'(4,3), D'(5,2)$

8.- De un cuadrado conocemos dos vértices opuestos  $A=(1,2)$  y  $C=(3,6)$ . Calcula sus otros dos vértices. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?. Sol: Una solución  $B(0,5), D(4,3)$

9.- Calcula el área del cuadrilátero de vértices  $A=(2,0), B=(4,4), C=(0,3)$  y  $D=(-2,-1)$ . Sol:  $A=14$  u<sup>2</sup>

10.- El punto  $A(2,1)$  es uno de los vértices de un paralelogramo. Dos de sus lados están situados en las rectas r:  $x/3+y/-1=1$  y s:  $x+y+1=0$ . Hallar las coordenadas de los vértices y las ecuaciones de los otros lados. Sol:  $(3,0), (0,-1), (-1,0); x+y-3=0; x-$

$$3y+1=0.$$

11.- Los puntos A(0,1) y D(4,3) son vértices consecutivos de un paralelogramo. El punto M(3,1) es el punto de intersección de las diagonales. Hallar las coordenadas de los otros vértices B y C, las ecuaciones de los lados, el área del paralelogramo.

Sol: C(6,1), B(2,-1); AB:  $x+y=1$ ; CD:  $x+y=7$ ; AD:  $x-2y+2=0$ ; BC:  $x-2y-4=0$ ;

$$A=12 \text{ u}^2$$

12.- Los puntos A(0,0) y C(1,7) son vértices opuestos de un rectángulo. Un lado está situado sobre la recta  $x-3y=0$ . Hallar las coordenadas de los vértices B y D y las ecuaciones de los lados.

Sol: B(-2,6); D(3,1). AB:  $3x+y=0$ ; BC:  $x-3y+20=0$ ; AD:  $x-3y=0$ ; CD:

$$3x+y=10.$$

13.- Determinar las coordenadas de los vértices B y D del cuadrado que tiene por diagonal AC, donde A(1,2) y C(5,2). Sol: B(3,0); D(3,4).

Página 12 de 14 IES Bajo Guadalquivir - Departamento de Matemáticas

## Geometría analítica plana

14.- El centro de un cuadrado es el punto P(2,2) y un vértice A(2,1). Hallar las coordenadas de los otros dos vértices y el área del cuadrado.

Sol: C(3,2) B(1,2) D(2,3); área=2 u<sup>2</sup>

15.- Dos vértices opuestos de un rombo son los puntos A(5,5) y C(-1,-1); la longitud de la otra diagonal es 2 dm. Hallar las coordenadas de B y D y el área del rombo.

Sol: B(3,1); D(1,3); área= 12 dm<sup>2</sup>

16.- Dos lados de un hexágono regular están sobre las rectas r:  $3x-4y+12=0$  y s:

$$3x-4y+2=0. \text{ Hallar su área. Sol: } 2\sqrt{3} \text{ u}^2$$

17.- Los puntos A(1,2) y B(0,3) son vértices consecutivos de un paralelogramo. El lado BC está sobre la recta r:  $x-3y+9=0$  y el punto de intersección de las diagonales es M(2,3). Hallar los otros dos vértices. Sol: C(3,4); D(4,3)

18.- Los puntos A(2,2) y C(0,4) son vértices opuestos de un rombo. El vértice D está situado sobre la recta r:  $2x-y-1=0$ . Hallar las coordenadas de D y las del cuarto vértice, B. Sol: B(-1,1), D(3,5)

19.- Los puntos A(1,1) y B(3,3) son vértices consecutivos de un rectángulo.

Sabiendo que el vértice D, opuesto al B, está sobre la recta  $x+3y+2=0$ , hallar las coordenadas de los vértices C y D. Sol: C(6,0), D(4,-2)

20.- El lado AB del cuadrado ABCD está sobre la recta r:  $4x+3y=10$ . Si el centro del cuadrado es el punto M(9/2,3/2), hallar los vértices. Sol: (1,2), (4,-2), (5,5), (8,1)

21.- Hallar las coordenadas del vértice D y las ecuaciones de los lados del paralelogramo de vértices: A(2,2), B(1,3) y C(3,5). Sol: D(4,4);  $x+y=4$ ;  $x+y=8$ ;  $x-y=0$ ;  $x-y+2=0$

22.- Un rombo A,B,C,D tiene su vértice A en el eje de abscisas y otros 2 vértices opuestos son B(0,2) y D(4,6). Determina: a) Las coordenadas de los vértices A y C. b) El ángulo que forman sus lados. c) El área. Sol: a) A(4,0); C(-1,6); b) 120°, 60°; c) A= 610 u<sup>2</sup>

23.- El eje OX y las rectas  $y=2$ ;  $2x-y=0$ ;  $2x-y=-2$ , limitan un cuadrilátero. a) Hallar su área, b) las ecuaciones de sus diagonales y c) las coordenadas del punto de intersección de éstas. Sol: a) A=2u<sup>2</sup>; b)  $x=0$ ;  $x-y+1=0$ ; c) (0,1)

24.- Un cuadrado tiene por vértices contiguos los puntos A(0,3) y B(2,5). Calcula sus otros 2 vértices. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?.

Sol: Dos soluciones:  $C(-2,5)$ ,  $D(0,7)$ ;  $C'(2,1)$ ,  $D'(4,-1)$

25.- De un cuadrado conocemos 2 vértices opuestos  $A(1,2)$  y  $B(8,3)$  Hallar sus otros dos vértices. Sol:  $(4,6)$ ,  $(5,-1)$

26.- Los puntos  $A(3,0)$ ,  $B(1,3)$  y  $C(5,2)$  son tres vértices consecutivos de un paralelogramo. a) Halla el cuarto vértice; b) Halla la recta que pasa por B y es paralela al

Página 13 de 14 IES Bajo Guadalquivir - Departamento de Matemáticas

## Geometría analítica plana

eje OX. Sol: a)  $(7,-1)$ ; b)  $y=3$

27.- Dos vértices de un paralelogramo están sobre las rectas  $2x+3y-9=0$  y  $3x-2y+6=0$  el vértice no situado en dichas rectas es el punto  $(1,-2)$ . Halla las ecuaciones de los otros lados y coordenadas de los vértices restantes. Sol:  $(-2,0)$ ,  $(0,3)$ ,  $(3,1)$ ;  $3x-2y=7$ ;

$2x+3y+4=0$

28.- Dos lados de un paralelogramo están sobre las rectas que tienen de ecuaciones  $y=2x$  e  $y=-x$ , sabiendo que el centro del paralelogramo es  $M(2,1)$ . Determinar los vértices.

Sol:  $(0,0)$ ,  $(2,4)$ ,  $(4,2)$ ,  $(2,-2)$

29.- ¿Las rectas  $2x+3y-4=0$ ,  $x-2y-2=0$ ,  $-4x-6y+22=0$  y  $2x-4y+10=0$  determinan un paralelogramo?. En caso afirmativo calcular sus vértices. Sol:  $(-1,2)$ ,  $(1,3)$ ,  $(4,1)$ ,  $(2,0)$

30.- Se tiene el cuadrilátero ABCD con  $A(3,2)$ ;  $B(1,-2)$ ;  $C(-1,-1)$ ;  $D(1,3)$ .

Comprueba que es un paralelogramo y calcula su centro y su área. Sol:  $(1,1/2)$ ;  $A = 10$  u<sup>2</sup>

31.- Encuentra las ecuaciones correspondientes a los lados de un paralelogramo donde los vértices conocidos son:  $A(0,0)$ ,  $B(-1,2)$ ,  $C(3,2)$ . Sol:  $2x+y=0$ ;  $2x+y-8=0$ ;  $y=2$ ;

$y=0$

32.- Dados los vértices de un cuadrilátero ABCD siendo  $A(1,3)$ ,  $B(5,7)$ ,  $C(7,5)$ ,  $D(3,1)$ . Calcula los puntos medios de sus lados y comprueba que forman un paralelogramo.

Sol:  $(3,5)$ ,  $(6,6)$ ,  $(5,3)$ ,  $(2,2)$

## Geometría analítica plana